Niveau(x) d'enseignement : 3 Numéro EDUQ : 9270772
Centre d'intérêt : 841

Taurisson, Alain.

Compréhension des problèmes à l'élémentaire et gestion mentale / par Alain Taurisson. -- Montréal : Université du Québec à Montréal, Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation, 1990.
34 f. : ill. ; 22 cm. -- (Séminaire sur la représentation ; 51)

"La publication de ce séminaire est rendue possible grâce à une subvention du fonds FCAR".

Vedette(s)-secondaire(s) : Université du Québec à Montréal. Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage et le développement en éducation

Descripteur(s) : Mathématiques • Résolution de problème • Habileté d'apprentissage • Style d'apprentissage • Primaire (Ordre d'enseignement)

Ce document concerne les mathématiques au primaire et explore les liens entre évocation, représentations mathématiques et résolution de problèmes. Une première partie porte sur le style d'évocation et les stratégies de résolution de problèmes. Une seconde partie aborde le style d'évocation et les stratégies d'enseignement. On y retrouve quelques exemples d'intervention qui tiennent compte à la fois du style d'apprentissage de l'élève et de son style d'évocation.

Type de document :

1270772

CENTRE INTERDISCIPLINAIRE DE RECHERCHE SUR L'APPRENTISSAGE ET LE DÉVELOPPEMENT EN ÉDUCATION

clrade

Université du Québec à Montréal

1270772

Compréhension des problèmes à l'élémentaire et gestion mentale

par Alain Taurisson
Département de mathématiques
et d'informatique
Université du Québec à Montréal

Séminaire sur la Représentation
27 octobre 1989 - n° 51

CIRADE, UQAM, décembre 1990

Note: La publication de ce séminaire est rendue possible grâce à une subvention du fonds FCAR.

La réussite d'un travail manuel provient directement de la qualité des gestes qui permettent sa réalisation. Le joueur de tennis améliore son jeu en modifiant sa prise de raquette, en travaillant sur le geste qui le conduit à frapper sa balle. Le travailleur intellectuel lui aussi fait des gestes, des gestes invisibles, des gestes mentaux qui lui permettent de manipuler mentalement des données et des concepts.

Si les conditions d'existence de ces «gestes mentaux» étaient définies, si la description des «bons gestes mentaux» était possible, le travail de l'enseignant consisterait, pour une grande part, à demander à l'élève d'exercer ces gestes mentaux ou à le placer dans une situation où il doive et puisse le faire. Il peut donc sembler du plus grand intérêt pédagogique de tenter de faire une description des gestes mentaux et de dévaluer le lien entre l'existence et la nature des gestes mentaux et la compréhension en mathématiques.

Cette vie mentale n'est pas directement accessible. Quelques-unes de ses manifestations le sont. Il faut cependant avoir recours à une certaine introspection, il faut la participation du sujet qui est aussi objet d'étude. Dans ces conditions, c'est par exemple la répétition des mêmes observations effectuées dans des lieux différents par des personnes différentes qui peut permettre d'en établir l'objectivité.

Évocation, perception, gestes mentaux

Il faut préciser ces termes, que j'emploierai par la suite. Les définitions que je vais en donner proviennent directement des travaux d'Antoine de la Garanderie.

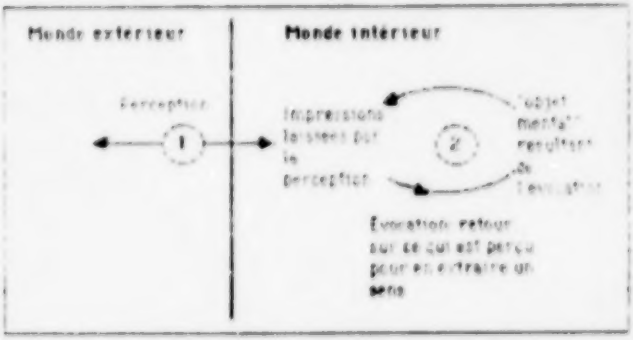
Perception et évocation

Le sens donné dans la suite à ces deux mots ne correspond pas au sens qu'on leur donne souvent dans la littérature.

- Je me promène dans la rue, mon regard passe sur ce qui m'entoure. Je ne recherche rien de particulier. Ce regard va peut-être laisser en moi des traces visuelles, sonores, olfactives. Ces impressions sont le résultat de la *perception* que j'ai eu de la rue dans laquelle je me trouvais.

- Imaginons que je sois dans la même rue et que je veuille savoir quand cette rue a été construite. Je regarde la rue mais je reviens activement sur ce que je perçois

pour trouver des indices qui vont me permettre de dater ces maisons. *Ce retour actif sur ce que je perçois constitue une évocation.* Il nous est tous arrivé de lire un article d'un journal sans avoir la moindre idée de son contenu. La perception de l'article s'est faite, mais le retour actif sur ce qui a été lu ne s'est pas fait et nous n'avons pas pris conscience du sens. Quand nous lisons quelque chose de facile et d'habituel, l'évocation se fait sans effort et presque instantanément. Dès que le texte est plus difficile, le temps de l'évocation est plus nettement distingué du moment de la perception. Au moment de l'évocation, ce qui est perçu est transformé: un texte peut être transformé en images visuelles, un schéma peut être décrit par une voix intérieure, la sienne propre ou celle d'un autre. La lecture se trouve doublée par la voix de celui qui lit, les images qui traversent l'esprit peuvent représenter directement ce qui est lu mais elles peuvent naître aussi d'associations génératrices d'une certaine signification. La compréhension provient toujours de cet *écho construit* et non pas simplement d'un *calque de la réalité*. Le sens apparaît au moment où l'évocation produit un objet mental, une représentation qui n'est pas une *impression* laissée par l'objet réel mais une *reconstruction mentale* effectuée à partir de l'impression laissé par la perception.



La prise de conscience du sens se fait au temps 2, c'est-à-dire au moment du retour sur ce qui est perçu, les objets mentaux construits à cette occasion peuvent être de nature très différente des objets perçus.

Un geste mental

Au moment d'évoquer, on peut se donner l'image visuelle de ce qui est dit. Ce mouvement de l'esprit constitue *un geste mental*. Alors que j'écoute quelqu'un parler, je peux me réexprimer à partir de mon vocabulaire ce qu'il dit, et le rattacher à mon experience personnelle. Voici un autre geste mental. Alors que j'entends «3 fois 5», je me donne l'image de 3 rangées de cinq carrés, ou je me redis mentalement 3 fois en écoutant le son imaginé de ma voix, ou encore je me redonne l'image de la table par 3 que j'ai apprise la veille: autant de gestes mentaux très élémentaires qui me permettent de rattacher «3 fois 5» à quelque chose de familier. A. de la Garanderie définit un geste mental comme un mouvement structuré de l'esprit, mouvement portant sur des images, des mots, des sons. Ce «mouvement de l'esprit» permet d'effectuer, de transformer des objets mentaux, de les associer, de les comparer. On peut parler de transformations virtuelles sur des objets mentaux. Un geste mental peut donc porter sur l'impression laissée par la perception, mais aussi porter sur un ou plusieurs «objets mentaux» déjà construits lors d'évocations précédentes.

La nature des «objets mentaux», le type d'évocation et l'aptitude scolaire

Nous percevons à partir de nos sens. Les impressions laissées par la perception sont donc d'une nature fortement reliée au sens qui a produit cette impression: visuelle, auditive, olfactive, tactile, gustative. Le langage mathématique est fait de choses dites ou vues, autrement dit le résultat de la compréhension en mathématiques se manifeste par une image ou par des mots ou par une combinaison des deux, que l'impression de départ soit visuelle, tactile ou auditive. De même le mouvement, lien entre l'espace et le temps, est codé au moyen de l'image et du langage ou par une combinaison des deux. Il est donc naturel de s'attarder aux évocations de types visuelle et auditive ou verbale quelque soit la nature de ce qui est perçu.

Un autre point très important est que la nature de l'objet évoqué ne dépend pas directement de la nature de l'objet perçu. Ce qui est dit pourra être évoqué visuellement, ce qui est vu pourra l'être verbalement.

Les habitudes mentales

Bien plus, les individus semblent contracter très tôt des habitudes évocatives: certains utilisent plus les images pour évoquer ce qu'ils perçoivent, d'autres utilisent plus volontiers une évocation verbale ou auditive. Mais il faut nuancer cette dichotomie de plusieurs façons:

A. de la Garanderie introduit 4 *paramètres* correspondant à 4 types d'opérations mentales[1]:

Opérations simples:

P1-Évocation des choses, des êtres, des scènes, des gestes.

P2-Évocation des mots.

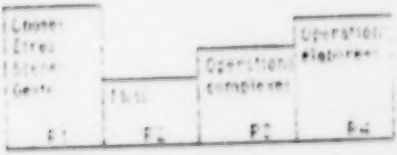
Opérations complexes:

P3-Évocation des rapports et des relations.

P4-Évocation en complétant, en prolongeant, en innovant.

Chacune de ces opérations peut être évoquée visuellement ou auditivement. On peut donc imaginer quelqu'un évoquant visuellement P1, auditivement P2, visuellement P3 et auditivement P4. Chaque paramètre peut aussi être évoqué un peu visuellement et beaucoup auditivement, ou le contraire. On obtient ainsi des «profils pédagogiques» que l'on peut représenter de cette façon:

***Exemple*: auditif**



On peut déduire de ce profil que cet élève apprend facilement par coeur, assez bon en narration quand il ne s'agit pas d'un récit descriptif. Il ne sait pas observer, a des problèmes en mathématiques: voir les profils pédagogiques, p. 128.

À partir d'un profil établi tiré d'une entrevue, il est possible de faire le lien entre ces habitudes évocatives et la réussite et l'échec scolaires dans des secteurs précis. Ces profils pédagogiques ont montré leur efficacité comme moyens d'analyse d'une situation scolaire. La corrélation entre le profil et la réussite ou l'échec d'un élève dans une discipline donnée permet d'affirmer qu'il existe bien un lien entre la nature de l'évocation et l'aptitude scolaire dans une discipline.

Dire que les habitudes évocatives se contractent tôt ne veut pas dire qu'un auditif n'utilise jamais d'images visuelles ou qu'un visuel n'utilise jamais d'images auditives. En particulier quelqu'un d'un peu créateur en mathématiques est dans la plupart des

[1] «Les profils pédagogiques», *Le Centurion*, p. 102 et suivantes.

cas, contraint de jouer sur les deux modes. Un auditif peut apprendre à se donner et à gérer des images visuelles, mais il ne le fait pas n'importe comment. Il apprendra à se donner ces images à partir des mots. Il compensera la difficulté qu'il a de se donner des images globales en se donnant une succession d'images locales. Un visuel peut apprendre à commenter des images visuelles en apprenant à les décrire et donc en introduisant le temps dans une image perçue pourtant globalement au départ. D'ailleurs rien ne satisfait tant un auditif que de traduire visuellement ce qu'il comprend alors qu'un visuel peut ressentir la même satisfaction à décrire verbalement ce qu'il ne percevait que globalement. Le point d'arrivée de l'auditif pourrait même servir de point de départ au visuel et réciproquement. Un enfant qui réussit très bien apprend en général à faire cette gymnastique. Cependant, il partira toujours de son mode dominant pour aller vers l'autre.

Quelques composantes des habitudes mentales et des moyens pour les déterminer

Les composantes des habitudes évocatives qui suivent ont été choisies pour leur importance dans la résolution des problèmes et dans le processus d'apprentissage. Cette liste ne prétend pas être complète. Ces points sont abordés au cours d'une entrevue semi-dirigée. En italique, j'indique des moyens de parvenir à déterminer le type d'évocation et je fais quelques commentaires.

1. Évocation auditive

Évocation auditive d'un texte

1. *Lecture d'un texte contenant des noms de personnages, des descriptions, des indications de sentiments, des actions enchaînées.*
   L'élève raconte ce qu'il retient du texte.
   S'il retient les noms des personnages, l'enchaînement des actions et les sentiments, il y a présomption d'évocation auditive. S'il retient surtout les descriptions, et rapporte les actions sans tenir compte de l'ordre chronologique, il y a présomption d'évocation visuelle.
2. *Lecture du texte avec évocation dirigée. Je demande à l'élève d'évoquer auditivement. Comparaison avec le résultat de la première lecture.*
   *Il est important aussi de savoir si les enfants se racontent facilement des histoires dans leur tête quand ils sont seuls. Quand ils sont auditifs, il est important aussi de savoir s'ils se font, ou non, des images visuelles quand ils lisent, à partir des mots évoqués. Faire une évocation auditive ne veut pas

obligatoirement dire qu'il n'y a pas d'images visuelles, cect veut simplement dire que le moi précède l'image.

Évocation auditive d'une image visuelle statique

Évocation libre d'une image. L'élève la regarde pour la retenir. Il décide du moment où il est prêt. Dessin de l'image. L'élève explique comment il a fait pour la retenir. Un temps très bref d'observation de l'image est aussi un signe d'une tentative d'évocation visuelle. Une évocation auditive est plus longue et dans ce cas il est très difficile pour l'élève de modifier l'ordre dans lequel il fait le dessin. Il est possible que l'évocation soit totalement auditive, c'est-à-dire que l'élève n'ait aucun souvenir de l'image elle-même.

Une évocation auditive consiste aussi à donner un sens concret à une image abstraite, et même à imaginer des actions sur cette image. On est beaucoup plus près alors d'une évocation de type associatif.

Évocation auditive d'une image visuelle en mouvement

Observation d'une image sur un écran d'ordinateur. Possibilité de raconter comment l'image s'est construite en respectant le déroulement chronologique sans pour autant être obligé de refaire «comme l'ordinateur».

Textes entendus et textes lus

Comparaison de l'efficacité de l'évocation auditive d'un texte lu ou d'un texte entendu.

Mémoire auditive

Court terme

Texte évoqué phrase à phrase. Chaque phrase est redonnée immédiatement.

Long terme

Toute l'histoire est redonnée après la lecture complète du texte.

Verbalisation / Reformulation

L'évocation passe-t-elle le plus souvent par une reformulation personnelle ou par une récitation.

La reformulation peut être une reconstruction complète du texte qui n'a qu'un rapport lointain avec le texte initial. On est alors dans une évocation associative du texte. Les enfants qui élaborent de cette façon à partir du texte ont beaucoup de mal à rester dans le cadre imposé d'un énoncé mathématique.

2. Évocation visuelle

Évocation visuelle d'un texte

Voir évocation auditive. L'évocation dirigée est visuelle.

Comparaison de son efficacité avec l'évocation auditive.

Il peut arriver que les images suscitées lors de l'évocation visuelle ne soient pas celles qui reviennent au moment de le redonner.

Évocation visuelle d'une image visuelle statique

1. *Évocation libre de l'image.*
2. *Évocation visuelle dirigée d'une image. Comparaison des résultats.*

Même une évocation visuelle est accompagnée d'une certaine description. Les artistes dessinateurs par exemple parviennent à annuler ce processus verbal de description associé à l'image. Une évocation visuelle d'une image consiste à vouloir saisir l'image globalement et à placer la description verbale en second plan.

Évocation visuelle d'une image visuelle en mouvement

Difficultés pour raconter comment l'image s'est construite mais facilité à faire comme l'ordinateur.

Image visuelle imaginée (visualisation)

Capacité de se donner des images qui ne sont pas la reproduction d'une image présentée.

Mémoire visuelle

Cour terme

Évocation d'une suite d'images, image par image.

Long terme

Raconter à partir de l'ensemble évoqué.

Décodage de l'image

Schéma correspondant à une notion du niveau de l'élève. Facilité pour comprendre le langage visuel sur le schéma.

Lien entre l'évocation visuelle et l'évocation auditive

Même texte évoqué auditivement et visuellement: une deuxième évocation d'un type différent complète-t-elle la première évocation ou l'élève donne-t-il deux versions complémentaires?

Évocation d'actions faites par d'autres

Actions vues - Actions faites

Capacité à refaire des actions décrites par un autre.

Capacité à refaire des actions faites par un autre.

3. Stabilité des habitudes évocatives

Il est possible qu'un enfant pratique une évocation complètement différente en mathématiques et dans une autre discipline ou dans le reste de sa vie scolaire, ou encore dans sa vie quotidienne. Ce peut être le signe qu'il adapte son évocation à l'activité qu'il doit faire, c'est le cas favorable. C'est plus souvent le signe que dans certaines matières il est dépossédé de ses moyens naturels de compréhension, ce qui est assez fréquent en mathématiques.

4. Évocation et mémoire

Si l'évocation a un rapport étroit avec la mémorisation, l'évocation n'est pas un geste de mémorisation mais est le préalable à la compréhension. Il ne faut donc pas seulement évaluer l'évocation dirigée vers la mémorisation. Par exemple, face à un schéma, c'est la façon de l'interpréter qui est révélatrice du style d'évocation et non pas la façon de le mémoriser. La méthode pour tenter de mémoriser est seulement révélatrice d'une certaine habitude. Il peut y avoir des distorsions comme j'ai pu le constater.

Enfin, les façons d'aborder un problème sont très révélatrices comme on va le voir. Une partie de l'entrevue consiste à poser quelques problèmes, à observer les façons de les résoudre, à proposer au besoin des types de solutions et à considérer l'efficacité de ces stratégies pour l'élève.

La connaissance des points précédents permet d'orienter les interventions faites auprès des enfants, en particulier des enfants en difficulté.

Ces quelques préliminaires posés, je voudrais maintenant revenir aux mathématiques à l'élémentaire et explorer plus avant les liens entre évocation, représentations mathématiques et résolution de problèmes.

PARTIE 1

Le style d'évocation et les stratégies de résolution de problèmes

Énoncé narratif ou énoncé schématique

- Au primaire, un énoncé se présente le plus souvent sous la forme d'un texte qu'on peut lire ou d'un dessin qu'on peut montrer ou voir. L'énoncé narratif introduit explicitement le temps et se présente comme une histoire inachevée où dans laquelle manque un élément important.
- Un énoncé présenté sous forme schématique ou géométrique se présente comme une image dans laquelle une partie est cachée ou manque.
- Dans le premier cas, il faut trouver la fin de l'histoire ou la partie de l'histoire qui manque. Dans le deuxième cas, il faut reconstituer la partie de l'image absente du dessin. Dans les deux cas, résoudre le problème consiste à mettre en évidence une relation entre ce qui est raconté et ce qui n'est pas raconté dans le premier cas, et ce qui est montré et ce qui est caché dans le deuxième cas. La différence entre ces deux situations est que la relation dans le premier cas va être présentée de façon temporelle alors qu'elle est présentée de façon spatiale dans le deuxième cas.

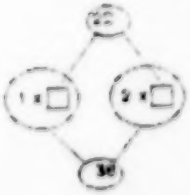
Exemple d'un énoncé narratif:

Au cours de la saison de soccer, les points sont attribués de la façon suivante:
- L'équipe gagne, elle marque deux points.
- L'équipe fait match nul, elle marque un point.
- L'équipe perd, elle ne marque pas de point.

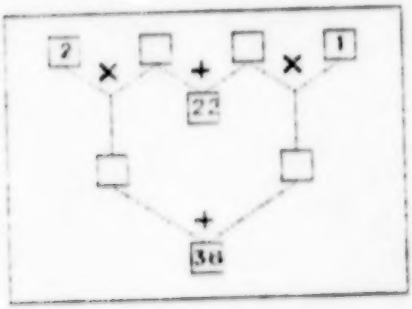
L'équipe a joué 22 matchs et n'en a perdu aucun. Elle a obtenu 38 points. Combien a-t-elle gagné de matchs?

Comprendre ce problème de façon «auditive», c'est savoir **quand** interviennent les nombres 2, 1 et 0 (quand l'équipe a joué, selon le résultat du match), **quand** interviennent les nombres 22 et 38: ces nombres interviennent à la fin de la saison, l'un exprimant le nombre de parties jouées, l'autre le nombre de points obtenus.

Comprendre ce problème de façon «visuelle», c'est par exemple établir des liens entre l'ensemble des nombres 1, 2, 22 et 38. Ce peut être traduire le problème de cette façon:



Exemple d'un énoncé schématique: voici le même problème présenté sous forme schématique



Comprendre ce problème, c'est d'abord décoder le langage visuel: il faut trouver les nombres placés dans les cases blanches, le signe de l'opération porte sur les cases se trouvant au-dessus et jointes par deux traits. Le résoudre de façon «verbale», c'est «imaginer» qu'il y a un ordre dans la lecture du graphe: on commence donc par placer des nombres dans les cases supérieures, puis on fait en déduit le contenu des cases inférieures. Le résoudre visuellement, c'est prendre le problème globalement et commencer par faire des observations sur la parité des nombres, puis écrire les possibilités de chaque côté du graphique, observer encore globalement et éliminer encore certains nombres.
Selon la représentation 1 ou 2, le travail mental initial de compréhension du problème est très différent. La plupart des élèves ou des adultes ne prennent même pas conscience de l'équivalence des deux énoncés.

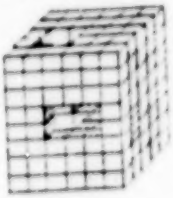
Un énoncé narratif fait intervenir des actions et des nombres. Comprendre cet énoncé, en se plaçant dans le cadre temporel de l'énoncé, **c'est faire le lien entre les nombres et le déroulement des actions décrites.** C'est se dire «tel nombre intervient à tel moment, après que telle action se soit déroulée et avant telle autre». Comprendre un énoncé schématique ou géométrique en se plaçant dans un univers spatial, **c'est faire une analogie entre divers éléments de la figure ou modifier la figure de façon à ce que cette analogie soit évidente.**

On peut résoudre un problème narratif de façon spatiale et réciproquement. Pour cela, l'énoncé doit être traduit d'un mode dans un autre avant que la résolution ne soit effectuée.

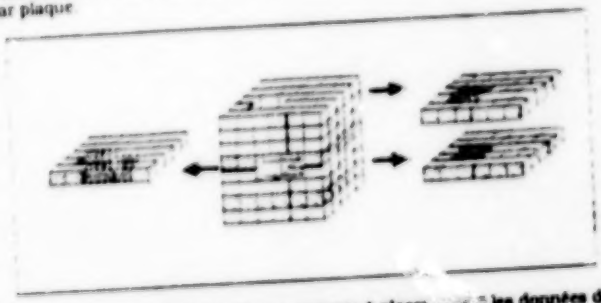
Résolution visuelle ou résolution verbale

Un problème, quelque soit la nature schématique ou narrative de son énoncé peut être résolu de façon visuelle ou verbale. Une solution verbale s'obtient en mettant en décrivant des actions se déroulant dans le temps. Ces actions produisent des changements dans l'état initial. On obtient alors un nouvel état qui sera modifié à son tour par de nouvelles actions. En transitant ainsi par divers états intermédiaires, on s'approche pas à pas de la solution. La solution est obtenue par description des actions produisant les changements d'état, en faisant le bilan de chaque état intermédiaire. Le temps intervient directement dans la recherche de la solution.

Problème: combien y a-t-il de petits cubes dans ce solide?

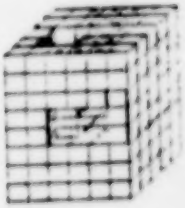


Exemple de résolution verbale du problème. L'élève imagine qu'il démonte le solide ou qu'il le reconstruit. A chaque étape de la construction, il peut compter le nombre de cubes par plaque.



Une stratégie visuelle de résolution consiste à placer [illegible] les données devant soi et à effectuer des regroupements, en mettant en évidence des analogies, en donnant au problème une forme connue. Le travail de résolution se fait sur la structure spatiale de la représentation du problème et non pas sur une séquence d'opérations imaginées sur les solides.

Résolution visuelle du même problème: en plaçant une croix sur certains cubes de la surface supérieure du solide (13), on identifie les colonnes de petits cubes ne comportant que 6 cubes. Les cubes de la face supérieure du solide qui n'ont pas de croix (13) correspondent à des colonnes de 8 cubes. Le calcul 13 x 8 + 13 x 6 pour avoir la réponse.



Le temps n'intervient pas dans la solution. Il s'agit de mettre en évidence une relation spatiale pour se ramener à un calcul très simple.
D'autres solutions visuelles consistent à voir le solide décomposé en plusieurs sous-ensembles compacts dont on peut facilement compter les éléments. Alors qu'une solution auditive consisterait à imaginer qu'on fait la décomposition, la solution visuelle n'est associée à aucun mouvement.

Rapport entre les stratégies de résolution de problèmes et le style d'évocation

On peut d'abord se demander si la nature de l'énoncé influe directement sur le style de solution choisi: un problème narratif est-il résolu verbalement et un problème de nature schématique est-il résolu visuellement? Est-ce plutôt les habitudes évocatives qui priment: un élève habitué à faire des évocations verbales ou visuelles va-t-il avoir tendance à résoudre n'importe quel problème en utilisant des méthodes respectivement auditives ou visuelles? Autrement dit, y a-t-il un lien entre le style d'évocation des élèves et leur façon d'aborder et de résoudre un problème?

Pour aborder cette question, je leur présentais un problème sous forme géométrique, un sous une forme «narrative», et commençais l'entrevue par quelques questions pour cerner leurs habitudes évocatives.

Résultats des entrevues

1. Le style d'évocation prime sur la nature du problème

Quand les élèves avaient des habitudes évocatives marquées, auditives ou visuelles, les stratégies qu'ils utilisaient pour résoudre les problèmes ne dépendaient pas de la nature graphique ou narrative du problème, mais du mode d'évocation de l'élève. Devant un problème présenté sous forme graphique, un auditif imaginait ou tentait d'imaginer une suite d'actions se déroulant dans le temps qui le conduisaient à la solution. Ils avaient besoin assez souvent d'introduire explicitement une unité de temps dans le problème: (chaque semaine il produit tel événement). Ils introduisaient aussi des acteurs, soit eux-mêmes, soit des personnages imaginaires qui agissaient. Le problème graphique était compris à partir du moment où il se trouvait traduit sous une forme narrative.

Réciproquement, les visuels transformaient ou tentaient de transformer le problème narratif ou toutes les données étaient représentées de façon à ce que le temps n'intervienne pas explicitement. Ils résolvaient le problème en transformant cette représentation spatiale du problème jusqu'à ce qu'ils fassent apparaître des relations spatiales, des regroupements, des correspondances qui simplifient sa résolution jusqu'à la rendre élémentaire. Ils cherchaient une solution qui arriveraient tout d'un coup qu'ils cherchent à la faire surgir en envisageant le problème dans sa globalité.

Quand on veut expliquer la méthode «auditive» à un visuel, il la trouve lourde, longue. Il veut bien commencer le processus itératif cher à l'auditif, mais il n'y croit pas et l'abandonne très vite.

L'auditif a l'impression d'un tour de passe-passe en voyant la solution du visuel.

Ainsi pour les élèves dont le style d'évocation est marqué, leur style d'évocation prime sur la forme de présentation du problème. Que le problème soit narratif ou schématique, les visuels auront tendance à le transformer d'abord pour lui donner une forme visuelle et à résoudre visuellement ensuite alors que les auditifs tendront à imaginer des actions derrière un problème schématique et à le résoudre à partir de ces actions. Une grande difficulté dans la résolution du problème est qu'ils doivent effectuer cette transformation vers leur style évocatif avant de pouvoir pénétrer le sens du problème.

2. Tenter d'utiliser des stratégies contraires à son style d'évocation conduit à avoir un comportement mécanique

Par contre, la situation est différente chez bien des enseignants à l'élémentaire. Bon nombre de ceux qui gèrent visuellement les objets et les mots se lancent directement dans des recherches de solution de type verbal. On pourrait imaginer qu'ils gèrent les objets et les mots visuellement et les relations verbalement. Ce n'est pas toujours le cas. Cette recherche est souvent infructueuse ou pénible. Habitués à «expliquer», ils ne savent pas qu'on peut gérer visuellement la solution d'un problème. En fait ils appliquent en mathématiques un **procédé** qui les coupe complètement de leurs moyens personnels d'apprentissage. Ils ont donc l'impression que les mathématiques se font en dehors d'eux, que c'est un ensemble de recettes à appliquer. Les représentations qu'ils se donnent n'ont pas pour but de donner un sens et susceptibles de traductions variées. Ils se coupent de leur style naturel d'évocation et ont l'impression profonde que les mathématiques sont plus ou moins incompréhensibles. Cette idée qu'ils ont des mathématiques a évidemment un retentissement sur leur enseignement. On retrouve cette situation chez des élèves en difficulté. Ils appliquent des méthodes «apprises» pour résoudre des problèmes, méthodes qui n'évoquent rien chez eux. Ces «méthodes» les coupent de toute possibilité de compréhension. Visuels, ils se croient obligés - souvent on leur demande de le faire - de distinguer les étapes de leur raisonnement avant de commencer leur problème alors qu'ils auraient eu besoin d'une représentation globale du problème pour avoir l'impression d'en pénétrer le sens. Certains auditifs au contraire se croient obligés de faire une étape de compréhension de l'énoncé complètement distincte de l'étape de résolution alors qu'ils auraient besoin pour comprendre cet énoncé de commencer à le faire évoluer dans le temps pour prendre conscience du déroulement des actions, donc d'en commencer une certaine forme de résolution.

La première phase de résolution consiste donc à se donner une forme du problème qui corresponde à son style d'évocation. Il s'agit d'une traduction du problème d'une forme dans une autre pour que l'évocation du problème soit possible. Un problème présenté sous forme correspondant au style d'évocation de celui qui le résout est donc un avantage.

3. Dans la plupart des cas, les élèves en situation d'échec ne pratiquent aucune évocation

Parmi les élèves qui n'ont pas un style marqué d'évocation, il en est une majorité qui ne pratiquent en fait aucune évocation, mais se bornent à percevoir vaguement ce qui est écrit ou représenté visuellement. Ceux-ci ne parviennent pas à commencer la résolution du problème. Ils ont en général certaines difficultés à l'école en particulier dans les questions de «compréhension» en mathématiques. Ils pensent en général que «faire des mathématiques, c'est faire des opérations». Sans s'être donnés les moyens de se donner une représentation de l'énoncé, ils font ces opérations à peu près au hasard.

4. Certains élèves évoquent dans une discipline, mais pas dans une autre, ce qui les conduit à l'échec dans cette discipline

Quelques élèves ont un style d'évocation marqué, comprennent bien un texte lu et s'en donnent des images ou une traduction verbale en français, mais ils ont en mathématiques une attitude complètement différente. Alors qu'ils évoquent dans les autres disciplines, ils ne pratiquent pas cette évocation en mathématiques parce qu'ils pensent que dans cette discipline, il faut trouver les opérations le plus vite possible. Ils ont la même attitude que les élèves qui n'évoquent pas: opérations faites au hasard, sentiment que les mathématiques sont du domaine de l'irrationnel et que la solution doit arriver un peu comme par magie. Cette attitude est renforcée par l'école qui insiste sur le résultat et non pas sur la représentation que chaque élève doit se faire du problème.

A l'élémentaire, il existe peu d'élèves qui ont un style d'évocation «mixte». En général, ils utilisent dans les problèmes des stratégies d'une nature donnée. Ce n'est pas le cas chez les adultes qui font des mathématiques, qui ont dû développer les deux façons d'évoquer les problèmes pour avoir le sentiment de comprendre les mathématiques. Il semble d'ailleurs que se soit un entraînement important à donner en mathématiques, cela ne pouvant se faire qu'en partant du style d'évocation familier. On peut cependant rencontrer des individus ayant fait des mathématiques à un niveau élevé et ne s'appuyant que sur un seul style d'évocation. Cela laisse cependant à l'auditif le sentiment de ne pouvoir être créateur en mathématiques, de ne pas avoir vraiment d'intuition alors que le visuel trouve que la démonstration est un exercice inutile et difficile: il «sait» avant d'avoir à dérouler un raisonnement qu'il trouve lourd.

La première étape pour résoudre un problème: le transformer pour en donner un représentation conforme au style d'évocation

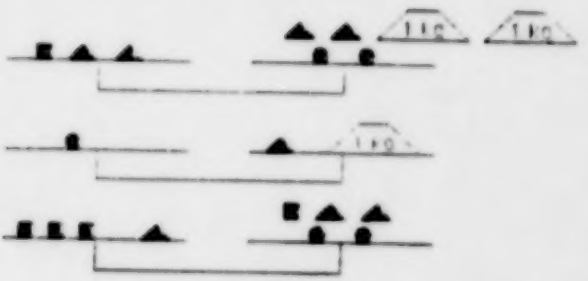
Les stratégies de résolution de problèmes dépendent étroitement du style d'évocation de celui qui le résout. La première phase de résolution d'un problème consiste donc à s'en donner une représentation qui soit conforme avec ce style.

De nombreuses difficultés dans la résolution d'un problème proviennent du fait que l'évocation du problème n'est pas faite.

Si cela est nécessaire pour que l'évocation soit possible, il faut que l'énoncé du problème soit d'abord transformé. Par exemple - et ce n'est qu'un exemple, ce premier stade pouvant prendre des formes différentes - un visuel va écouter un problème narratif non pas **pour le comprendre** mais **pour le retenir.** Il va alors représenter le problème en sortant les nombres principaux et en les reliant par des petits schémas. En observant ce nouvel énoncé - le sien maintenant - il va pouvoir avoir accès au sens du problème et chercher une solution à partir de la représentation spatiale qu'il a devant lui. En procédant de cette façon, certains enfants ont considérablement améliore leurs résultats. Cette démarche était devenue consciente et ils l'appliquaient systématiquement. Devant un problème schématique, un auditif va devoir imaginer une histoire et des acteurs. Ceux-ci vont reconstruire le schéma, ou le «démonter» par où vont-ils commencer, que vont-ils faire, pendant combien de temps? En imaginant ces tranformations derrière le graphe, il va pouvoir imaginer une suite d'états transitoires qui peu à peu vont lui permettre de reconstruire la partie cachée ou absente du schéma.

Trouvez le poids de chaque élément

Une solution visuelle consiste à effectuer mentalement les transformations ou les substitutions. Ce pourrait être aussi modifier le graphique de cette façon:



Un «auditif» aurait barré les 2 boules en haut et en bas pour mettre en évidence l'action de substitution visuelle «voit» plutôt des associations: on peut voir deux boules ou deux triangles et 2 kilos. Il **enrichit** le dessin de façon à pouvoir faire le plus d'associations possibles. Le graphique modifié permet de voir maintenant les solutions: en haut on voit qu'un carré vaut 2 kilos, en bas que deux carrés donnent un triangle et au milieu qu'un rond vaut un triangle plus un kilo. Cet enrichissement du graphique n'est d'aucune aide à l'auditif. Le schéma lui paraît maintenant beaucoup plus compliqué, il a maintenant beaucoup plus de difficultés à parler sur ce graphique où la suite ordonnée des actions n'apparaît plus.
Les auditifs se lancent dans des substitutions souvent fort longues. Ils réussiraient plus facilement ce problème:

Je joue avec mes amis Jacques et François un jeu de rôle. Nous utilisons trois sortes de figurines: des dragons, des nains et des oiseaux.
Jacques a échangé son dragon contre un nain plus un dollar.
François a échangé cinq dragons contre trois oiseaux.
J'ai échangé un dragon et un nain contre un oiseau.
Calcule le prix de chaque personnage.

En ayant à résoudre le problème sous la forme graphique, l'auditif va avoir tendance à se raconter quelque chose qui va ressembler au dernier énoncé.

Si le problème est présenté sous la forme correspondant au style d'évocation, le sens du problème proviendra encore de transformations. L'auditif va se raconter l'histoire, mettre en évidence les acteurs et le temps et faire évoluer la situation. Le visuel va modifier la représentation pour faire des rapprochements, mettre en évidence des formes connues.

La recherche d'une solution passe toujours par la mise en évidence de relations - temporelles ou spatiales - obtenues par des transformations imaginées elles aussi temporelles ou spatiales.

Pour analyser et comprendre un problème et amorcer une démarche qui va pouvoir conduire à la solution, l'élève aura besoin de se donner un projet qui corresponde à sa façon d'évoquer la réalité. L'intention lui permettra de mettre naturellement en marche le processus d'évocation. Ce «projet» se constituera par la prise de conscience de chacun des moyens efficaces pour lui. Pour y parvenir **il faudra que les élèves puissent comparer leurs façons de procéder, en expérimenter consciemment de nouvelles, en observer les effets.** Ceci peut se faire à l'occasion de discussions conduites par l'enseignant à l'occasion de la résolution des problèmes. La conduite de ces «dialogues pédagogiques» en mathématiques pour reprendre l'expression d'Antoine de la Garanderie[2], même si la description de la façon de les conduire sort du cadre de cet article, est un élément essentiel d'une pédagogie dont le but est de placer chaque élève dans une situation essentielle où il puisse et doive évoquer en mathématiques ce qu'on lui dit, ce qu'il fait, ce qu'il voit et les problèmes qu'il a à résoudre. **Autant il est impossible de donner une méthode générale à toute la classe pour résoudre un problème, autant il est nécessaire que chaque élève se donne une méthode qui lui permettra de faire ce qu'il faut pour aborder et pénétrer le sens d'un problème.**

Une erreur pédagogique courante, à mon sens, est de vouloir intervenir trop et surtout à des moments mal choisis. Si l'on veut que les élèves apprennent à maîtriser un processus les conduisant à améliorer leur compréhension d'un problème, le professeur doit tenir compte des éléments suivants.

- L'évocation est un retour sur ce qui est perçu, c'est un moment distinct de la perception. Il faut donc prévoir un temps explicite pour l'évocation. Voici quelques moyens de le faire. Il est entendu que dans un espace aussi restreint, je ne peux donner que des grandes lignes d'une pédagogie de la résolution de problèmes reposant sur une certaine gestion mentale. Dans certains cas, il faudra beaucoup plus d'ingéniosité pour amener certains élèves à évoquer. Quelques exemples sont donnés dans la deuxième partie.

Cas d'un problème narratif

- On demande aux élèves de penser au genre d'images - visuelles ou auditives - qui leur permet le mieux de prendre conscience du sens: transformer en images visuelles, se redire les mots. Ils ont pu prendre conscience de cela lors d'activité en compréhension de lecture par exemple. Certains savent qu'ils doivent simplement essayer de retenir pour pouvoir traduire après ce qui est dit.

[2] Voir «Le dialogue pédagogique avec l'élève», *Le Centurion*, 1984.

- On leur demande de préciser leur projet «d'évocation du problème»: préférez-vous imaginer vous représenter le problème sous forme d'une histoire, avec des acteurs et un décor ou une affiche ou vous placerez tout ce qui est important? Les élèves font ce choix eux-mêmes à partir d'expériences antérieures. Munis d'un projet qui leur correspond, l'attention et la compréhension se trouvent dirigées et améliorées.
- Le professeur lit le problème en s'arrêtant à chaque membre de phrase significatif. Les élèves pratiquent l'évocation de leur choix. On procède de cette façon jusqu'à la fin de l'énoncé.
- Les élèves écrivent ce qu'ils ont retenu ou compris de l'énoncé en donnant la forme qui leur paraît la plus pertinente pour eux.
- Ensuite le professeur montre le texte du problème avec par exemple un rétroprojecteur. Les élèves vérifient que leur «traduction» du problème est conforme à la réalité.

Les auditifs ont commencé à se faire une analyse du problème en se plaçant dans le temps. Certains visuels aussi, mais d'autres n'ont réussi qu'à se faire un calque mental du problème. C'est en réorganisant les données et en utilisant des représentations visuelles des processus intervenant dans le problème, en rapprochant les données que la compréhension va se faire.

Cas d'un problème schématique

- Les élèves vont avoir le projet de mémoriser une image. Ceux qui en sont capables vont essayer de se faire une photo ou plusieurs photos partielles de l'énoncé schématique. Si l'image est trop compliquée pour être retenue directement, ils peuvent s'en faire des images visuelles partielles, détourner leur regard et se donner des moyens de faire des liens entre les diverses parties. Les autres vont essayer de se faire directement un commentaire du dessin qu'ils voient. Ils ont tous pris conscience des techniques «bonnes pour eux» lors d'exercices précédents. Là encore leur «efficacité mentale» sera meilleure s'ils ont un projet de représenter le problème correspondant à leur style d'évocation.
- On place le schéma avec la question sans rien dire sur le rétroprojecteur. Les élèves ont le projet de garder en mémoire ce «schéma». Ils n'écrivent pas. Après quelques secondes, on enlève le schéma du rétro. Les élèves essayent de le reproduire.
- On replace le schéma sur le rétro. Les élèves vérifient.

On obtient ainsi un début d'analyse conforme au style d'évocation de chacun.

- Les élèves cherchent de façon individuelle à résoudre le problème. Il est important que cette phase soit individuelle: la résolution passe par la recherche d'une représentaion du problème, cette représentation et la façon de l'obtenir est différente d'un individu à l'autre. Pour poursuivre la prise de conscience du problème, les élèves peuvent chercher dans le sens suivant:

Résolution à partir d'une représentation plutôt verbale du problème

Pour trouver une solution les élèves se demandent:

- Quel nombre intervient d'abord, puis quel autre, etc.
- Qui agit d'abord, que fait-il, qui agit ensuite, que fait-il?

Sur certains problèmes, c'est celui qui résout le problème qui imagine qu'il agit, qu'il monte ou démonte un objet ou qu'il commence à remplir un tableau par tel endroit et qu'il va continuer par là, etc. Dans ce cas l'élève peut se demander:

- Où dois-je commencer? Qu'est-ce que je fais?
- Et ensuite, comment continuer? En faisant quoi?

Résolution à partir d'une représentation plutôt visuelle du problème

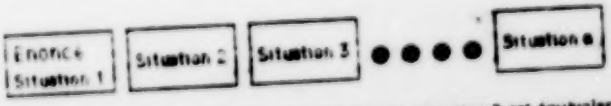
Pour trouver une solution les élèves se demandent:

- Y a-t-il un lien entre diverses parties de la représentation? Il faut observer l'ensemble de la représentation. Peut-on enrichir la représentation? Il faut observer l'ensemble de la représentation. Peut-on enrichir la représentation en mettant en évidence des équivalences, en faisant des bons, en faisant des ajouts sur la représentation?
- Y a-t-il des propriétés géométriques, des propriétés numériques qui permettent de relier les divers éléments du problème?

Analyse des solutions au niveau du type de solution verbale ou visuelle

1- Solution trouvées à partir de rapprochements nés de l'observation

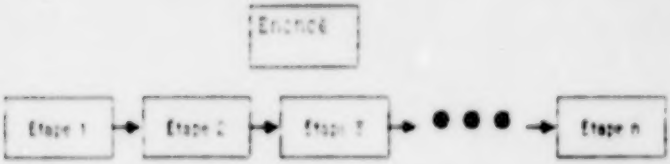
- Est-ce que la solution est du type:



L'énoncé est une situation envisagée globalement. La situation 2 est équivalente à la première. La «situation n» est équivalente à la première, mais tellement simple que la solution est immédiate. Cette démarche - visuelle - correspond à la démarche conduisant à la résolution d'une équation algébrique: chaque égalité est équivalente à la précédente. La dernière égalité est particulièrement simple: x = 3 par exemple, égalité que l'on peut résoudre d'un seul coup d'oeil. Les «visuels» sont souvent très bons en calcul algébrique!

2. Solutions trouvées à partir des actions

Est-ce que la solution de problème est de ce type:



Chaque étape est un pas vers la solution de type itératif. Chaque étape reconstitue une partie de l'énoncé et correspond souvent à une action se déroulant en une unité de temps.

PARTIE 2

Le style d'évocation et les stratégies d'enseignement

Les styles d'évocation n'influencent pas seulement les stratégies de résolution de problèmes mais aussi la façon d'acquérir une notion nouvelle en mathématiques. La principale difficulté des enfants qui sont en situation d'échec en mathématiques est qu'ils ne se donnent aucune représentation mentale de ce que fait l'enseignant, de ce qu'ils font, ou alors ils se donnent une représentation erronnée. Il faut donc se donner les moyens pour que l'élève puisse évoquer selon son propre style et contrôler que l'évocation s'est bien faite.

Il importe de se faire une idée la plus précise possible du style d'évocation de l'élève. Il ne suffit absolument pas de déclarer un enfant auditif ou visuel pour en déduire automatiquement une façon d'intervenir. L'essentiel est de se poser continuellement la question: qu'a-t-il fait mentalement de ce que j'ai dit, de ce que j'ai montré, ou fait, ou de ce qu'il a dit, montré ou fait?

Voici quelques exemples d'intervention.

Cas auditifs

Exemple 1

B. a 9 ans. Il retient peu de choses d'un texte qu'on lui lit. Il retient fort bien un texte qu'il lit lui-même. Il peut se faire des images en lisant un texte. Il interprète très difficilement une représentation visuelle. Il évoque, verbalement seulement et de façon souvent imprécise un mouvement vu sur un ordinateur. Il évoque très difficilement une image statique.

En mathématiques, il n'associe jamais un processus à une opération, multiplication et division en particulier. La multiplication est pour lui définie par sa table et la division est vue comme le terme manquant à une multiplication. Il a beaucoup de difficultés à résoudre des problèmes. Il ne sait pas ses tables et fait de nombreuses erreurs en faisant divisions et multiplications.

Bien que B. soit un auditif dans le sens où il ne donne un sens qu'à ce qu'il se dit lui-même, il n'écoute pas à partir d'un mot entendu, il élabore une histoire qui n'a que peu de chance d'avoir un rapport direct avec ce qui est dit. Il ne retient donc jamais ce qui est dit en classe. Il n'est sensible qu'au déroulement de son langage intérieur, langage qui l'entraîne souvent fort loin de son entourage scolaire ou non.

Fondé sur le langage, le sien, sa compréhension fait toujours intervenir le temps. Il m'explique comment il retient - si l'on peut dire - ses tables: pour trouver 7 x 6, il part de 7 x 10, et retranche 7 jusqu'à arriver à 7 x 6, processus long et qu'il ne parvient pas à mener à son terme sans erreurs.

Apprentissage d'une table

Pour apprendre ses tables, je lui donne un truc: je dis «7 fois 6 42». Je lui demande de répéter tout fort, puis d'écouter une voix le redire «dans sa tête», puis de le redire tout fort. Immédiatement, je lui donne un autre produit «7 fois 4 28». Il fait la même chose. Je lui demande de me redonner 7 fois 6, ce qu'il fait, puis je lui donne un autre produit, très vite pour qu'il ne puisse pas repartir sur son processus itératif. En six minutes il connaît la «table par 7». Une heure plus tard il la sait toujours aussi bien, ainsi que la semaine suivante. Forcé d'écouter sa voix intérieure dire la table et forcé de n'avoir plus recours au processus itératif cher aux auditifs, il est capable de la retenir très vite.

Les erreurs qu'il fait dans les opérations proviennent d'une part des erreurs provenant de sa méconnaissance des tables, mais surtout du fait qu'il n'a aucune méthode pour faire le calcul. L'enseignant leur montre comment faire, mais il ne retient pas cet enseignement par l'image. D'autre part il ne veut pas - pour l'instant - savoir **pourquoi** on fait comme ça, mais il veut savoir **comment** on fait. On lui a, à l'école, expliqué pourquoi par diverses méthodes très imagées qui ne lui ont laissé ni souvenir, ni compréhension.

Lui expliquer directement comment faire une multiplication n'aboutit à rien. Il ne garde que des bribes de ce qui lui est dit directement. Je lui raconte alors comment je fais pour faire une multiplication tout en faisant l'opération devant lui. Je lui demande ensuite de raconter comment j'ai fait. Je recommence en parlant et en racontant le plus précisément ce que je fais: la façon dont j'indique les décalages, où je place les retenues, ce que je me dis en faisant l'opération. Ensuite je lui demande de me dire ce que je dois faire: je tiens encore le crayon, mais j'obéis strictement à ses instructions. C'est en me donnant ses instructions qu'il commence à se faire une description de l'algorithme. Je

lui donne ensuite le crayon en lui demandant de dire tout fort ce qu'il va faire. Il fait bien l'opération mais ne me dis rien. Par contre l'opération est très bien menée. Il me dira ensuite qu'en faisant l'opération, il se disait comment faire mais que ça l'empêche de travailler de le dire tout fort. Ensuite il m'explique sans faire l'opération comment on doit faire une multiplication.

La semaine suivante, B. savait encore faire ses multiplications. Il a eu depuis de bonnes notes quand il s'agissait de faire des opérations. Il savait se raconter l'algorithme et avait une méthode à laquelle il pouvait recourir.

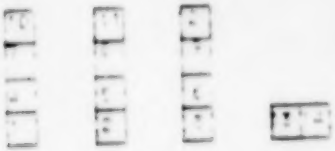
Il a fallu tenir compte du fait que je ne pouvais m'adresser directement à lui, puisque dans ce cas, il se sent agressé et ne retient rien. Il fallait profiter du fait qu'il puisse retenir et commenter les gestes d'un autre à condition de ne pas être en relation de dialogue avec cette personne mais plutôt d'être simplement un observateur. Enfin, il fallait l'amener à faire lui-même la description de ce qu'il avait à faire puisque c'est de cette façon qu'il comprend et retient. Enfin, il faut que cette méthode devienne un «projet» pour lui, c'est-à-dire qu'il soit capable de se dire «quand j'ai une multiplication à faire, je dois faire de telle et telle façon». Le problème des tables et des algorithmes a été résolu assez vite pour lui en utilisant des techniques très audibles.

Le problème de l'association de processus aux opérations arithmétiques fut beaucoup plus difficile à résoudre.

B. pouvait répondre à la question: 12 ÷ 3 = ? . Il pouvait même pas partager 12 cubes en quatre paquets égaux quand on lui demandait de le faire, et encore moins faire le lien entre ce partage et l'opération mathématique. Je tente de lui faire préciser ce qu'est un paquet. On cherche des synonymes: morceaux, part, partie, portions, groupe, etc. Je lui explique comment je fais pour faire le partage. Dès que je change les nombres c'est de nouveau l'échec. Dès qu'il s'agit de faire une action concrète à la suite d'une consigne, il revit une situation d'échec et n'agit plus de façon rationnelle. Il ne s'occupe plus du sens des mots et agit dans l'affolement.

Je tape sur l'ordinateur **PARTAGE 14 EN 3**. L'ordinateur donne cette représentation:

L'ordinateur place les carrés dans l'ordre indiqué ci-dessous, à une vitesse que l'on peut faire varier:



Il regarde l'image se former. Quand il le décide, il éteint l'écran et tente de refaire avec des petits cubes ce que l'ordinateur a fait.

Il refait les trois colonnes mais ne sait que faire avec les deux derniers cubes. Il les place finalement sur les deux premières colonnes.

On recommence à regarder ce que fait l'ordinateur, une fois, deux fois, trois fois. Le problème reste le même. On voit à quel point l'image est inefficace dans son cas.

Je lui demande maintenant de procéder autrement: il doit me demander les cubes nécessaires pour faire une rangée: il me demande trois cubes et les place convenablement. Il m'en redemande trois autres et continue jusqu'à ce qu'il m'en reste seulement 2 dans les mains. Il m'en demande encore trois.

- Je ne peux plus t'en donner 3. Il m'en reste deux.
- ...
- Qu'est-ce qu'on en fait?
- On les jette?
- (Rires) On va regarder ce que l'ordinateur en fait.

On observe.

- Je comprends ce que fait l'ordinateur: il les met de côté.

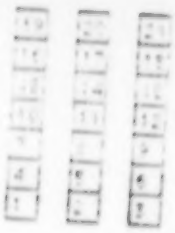
Je lui demande de faire d'autres partages de la même façon. Il ne se trouve plus et vérifie que l'ordinateur fait bien comme lui.

La stratégie efficace a encore consisté à ne pas s'adresser directement à lui, mais à l'amener à décrire lui-même des actions qu'il pourra refaire. Il sera possible ensuite de faire le lien entre les opérations et la description de ces processus.

Exemple 2

C. 9 ans, comprend un texte en se le répétant mentalement. Elle associe alors des images et aime beaucoup la sensation de se faire des images en «parlant son texte». Elle se raconte beaucoup d'histoires «dans sa tête» quand elle est seule et en français, sauf en mathématiques. L'enseignante, dans le but de «faire découvrir» ses élèves ne leur «explique pas». Elle montre des «choses au tableau» et veut qu'ils trouvent eux-mêmes. Elle ne veut pas que les parents aident les enfants chez eux. C. est en échec en mathématiques. Elle est réputée ne pas comprendre la division.

Je lui demande de faire le calcul 21 ÷ 3, et elle n'y parvient pas. Je lui donne 21 cubes et lui demande de faire le partage en 3. Elle tatonne beaucoup, essaye de faire des tas de 3, puis de 4. Elle essaye 8, puis revient à 7. Je lui demande à nouveau de résoudre 21 ÷ 3. Elle n'y parvient toujours pas.

Je tape sur l'ordinateur **PARTAGE 21 EN 3** et lui demande de regarder ce qui va se passer pour pouvoir me le raconter. L'ordinateur réalise le dessin suivant: les nombres ne sont pas affichés par la machine, mais correspondent à l'ordre d'apparition des carrés sur l'écran. La vitesse d'affichage peut être plus ou moins rapide.

Je lui demande de me raconter comment l'affichage s'est produit. Elle n'y parvient pas la première fois, mais après une seconde observation elle m'explique comment l'ordinateur procède, d'abord en lui prêtant un processus analogue au sien: il essaye 1, puis 2, puis 3 jusqu'à 7. Je lui demande de me dire pourquoi il en dépose 3 carrés horizontalement d'abord: c'est parce qu'il veut partager en 3. - Et si c'était un partage en 5? - Il en placerait d'abord 5. On en déduit une **méthode pour réaliser le partage.** Pour partager en 4, on imagine qu'il y a 4 personnes, et on **distribue** un par un. On fait d'autres partages en prévoyant ce que l'ordinateur va faire, en utilisant les petits cubes au besoin et en vérifiant sur l'écran. Elle m'explique que l'ordinateur fait un partage mais aussi des «fois» parce qu'il place 3 fois 7.

On associe les «fois» à la multiplication, et la division au partage. On convient d'employer les mots multiplication et division quand on fait les opérations numériques et les mots répétition et partage pour décrire des actions.

Je lui donne maintenant des divisions à faire. Quand elle connaît ses tables, le résultat arrive très vite. Quand elle ne connaît pas la table, elle a recours aux cubes puis à l'ordinateur pour vérifier.

Nous terminerons par l'apprentissage de table[3] «des 6» de la même façon que pour B. Elle retient sa table (moins de 6 minutes).

Ensuite nous reprenons ensemble les moyens d'apprendre efficace pour elle: elle doit s'expliquer dans sa tête, se raconter. Pour comprendre, il lui faut savoir **comment** on fait. Pour retenir, elle doit écouter dans sa tête.

La séance a duré 1 heure 30.

Pour elle, comprendre le processus de partage c'est connaître la **méthode** qui permet de partager, et non pas simplement voir le résultat d'un partage, et pour connaître cette méthode il faut lui dire, ou lui faire dire, comment on fait pour partager. Sans savoir comment se fait un partage, la division n'a pas de sens pour elle et elle ne peut trouver le résultat de l'opération numérique. Par contre, en observant ce que fait l'ordinateur, elle reconnaît qu'il fait un partage de 21 en 3, mais qu'il construit aussi «3 fois 7», ce qui lui permet de faire le lien entre la division et la multiplication. Enfin on notera l'importance des tables qui peuvent constituer une base pour la compréhension pour des enfants qui ont besoin de savoir comment on fait pour avoir accès au sens de ce qu'il font. Chez les enfants auditifs, les tables peuvent être apprises en quelques minutes et de façon définitive.

La méthode utilisée par l'enseignant ne convient pas à C. Elle a besoin qu'on lui dise comment faire pour avoir accès au sens de ce qu'elle fait. Un enseignant qui veut seulement montrer et laisser découvrir la privé de ses moyens naturels de compréhension.

Ces deux élèves, bien que comprenant à partir d'un univers verbal, sont pourtant fort différents. Le premier est inaccessible à la parole d'un autre. Il faut le mettre dans une situation où il doit se faire lui-même la description verbale qui va supporter sa compréhension. La seconde est beaucoup plus tournée vers l'extérieur mais donne du

[3]Page 20

sens à partir des mots. Elle a besoin, comme le premier de connaître des «méthodes pour faire». Ces méthodes ne sont pas le point final de sa compréhension, mais le point de départ qui lui permettra de donner du sens aux opérations.

Cas visuels

Exemple 1

F. est en cinquième année (11 ans): situation d'échec très grave en classe et en orthopédagogie.

Niveau de langage très élevé. Retient peu à la lecture d'un texte: ni les noms des personnages, ni l'enchaînement temporel des actions. Se souvient des situations et des lieux, mais dans le désordre.

Fait des progrès remarquables s'il écoute un texte en faisant une évocation visuelle. Une évocation auditive ne change pas considérablement la compréhension du texte.

Il a une mémoire visuelle immédiate très fidèle. Il peut poser une multiplication mentalement et la faire en «voyant» les nombres. Il préfère faire ses calculs mentalement que par écrit.

Il sait ses tables, et connaît les algorithmes du niveau de la classe. En dehors de cela, il ne peut résoudre le moindre problème.

En mathématiques, il ne se donne jamais d'images visuelles d'un problème. Il n'associe aucune action à une opération arithmétique. Il ne donne aucune interprétation d'une image. Devant un schéma, il ne trouve rien à dire. Comme il le dit lui-même, quand on lui donne un problème en classe, il préfère faire un dessin sans rapport avec le problème ou faire autre chose.

Association énoncé-représentation imagée

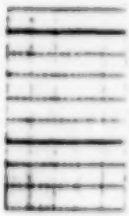
Problème: un fleuriste possède 45 fleurs. 3 sur 5 sont des roses. Combien le fleuriste possède-t-il de roses?
Pour lui, résoudre ce problème, c'est tenter des opérations au hasard: toutes y passent: 45 x 3, 3 + 5, 45 + 3 + 5 etc.

Même en remplaçant le 45 par 5, le sens du problème ne lui apparaît pas.
Faire un dessin lui paraît stupide. Il veut bien dessiner toutes les fleurs et placer les roses dessus. C'est le genre de choses qu'il a fait en classe.
Je tape sur l'ordinateur:

COLORE 3 SUR 5

EMPILE 45 PAR 5

Ce qui provoque le dessin suivant:



- Est-ce que ce dessin a un rapport avec le problème?
- Non.

Je ne dis rien. Il continue à regarder.

- Non.

Je lui demande s'il retrouve dans le dessin les nombres du problème.

- 45.

Et il ajoute: ça n'a aucun rapport.
Je lui demande de se faire une photo mentale de ce dessin pour le garder dans sa tête car je vais éteindre l'écran. Il le fait en moins de 10 secondes.
J'éteins l'écran.
Je lui demande de me décrire le dessin qu'il a dans la tête.

- Un rectangle, 9 de haut, 8 de large.
- Combien il y a de carrés?
- 45.
- Maintenant, redis le problème.

Il le redit puis me le récite.

- Est-ce que le dessin que tu as dans la tête peut représenter le problème?
- Non. Enfin, les carrés pourraient être des fleurs...

Après quelques secondes d'attente.

- Et les roses pourraient être les carrés verts. 3 sur 5, on voit 3 sur 5. Les roses sont les carrés verts.

La façon de procéder de F. est très caractéristique des enfants donnant un sens à partir principalement de l'image.

- L'image pourra être interprétée beaucoup facilement si elle n'est pas physiquement présente, mais évoquée dans la mémoire. Tant que l'image reste devant eux, ils s'en imprègnent et ne l'interprètent pas.

Ils ne tentent pas de retrouver le problème dans l'image, mais partent de l'image et essayent de la faire coller au problème. Quand il regardait l'image, il n'avait pas encore pris conscience du sens du problème. C'est en plaçant les «nombres du problème», comme il dit, sur le dessin que le problème a commencé à avoir un sens.

Il faut donc leur fournir un ensemble de représentations graphiques qui pourront leur permettre d'illustrer toute une classe de problèmes, faute de quoi ils auront toujours recours au dessin de tous les éléments du problème de façon non structurée.

Fractions équivalentes

Voici comment j'ai abordé avec lui les fractions équivalentes.

- Dans un pichet je mélange 2 verres d'eau à 3 verres de concentré.
Dans un autre pichet je mélange 4 verres d'eau à 6 verres de concentré.
Est-ce que le jus d'orange a le même goût dans les deux pichets?
- Non. Dans le deuxième, ça goûte plus le jus d'orange.
Je tape sur l'ordinateur:
COLORE 3 POUR 2
EMPILE 10 PAR 5
J'obtiens:

- Est-ce que ce dessin a un rapport avec le problème?
Il regarde le dessin, éteint lui-même l'écran[4] et me dit:
Dans la première rangée, il y a deux carrés rouges: c'est les verres d'eau.
Les trois autres carrés ce sont les verres de concentré d'orange. C'est le premier pichet.
Est-ce qu'on peut voir le deuxième pichet?
Après un peu d'attente:
- Oui, avec tous les carrés.

[4]Il a pris maintenant l'habitude d'évoquer tout dessin avant d'en faire l'analyse.

- Quel est le pichet qui a le plus le goût d'orange?
- Le deuxième.

Je rallume l'écran.

- On va imaginer que la première rangée correspond au premier pichet. Tu vois ce pichet?
- Oui.
- Avec la deuxième rangée, on va remplir un autre petit pichet. Tu vois ce pichet?
- Oui.
- Est-ce que ces deux pichets ont le même goût?
- Oui.
- On verse ces deux petits pichets dans un troisième pichet. Qu'est-ce qui représente le contenu de ce pichet?
- Tout le dessin.
- Est-ce que le goût a changé?
- ... Pourtant j'aurais cru.

Rires.

- ... Non c'est pareil.

Est-ce que tu pourrais trouver d'autres mélanges qui donneraient le même goût?

Il répond assez vite.

6 pour 9, 8 pour 12, etc.

Est-ce que tu comprends pourquoi on dit que ces mélanges sont équivalents?

- Oui.

On écrit au tableau les mélanges équivalents sous forme de fractions. Au tableau il peut poursuivre la série.

Je lui donne un autre mélange. Il écrit la fraction correspondante. Je lui demande de me donner d'autres fractions équivalentes. Il n'y arrive pas. Je lui demande de visualiser le dessin correspondant sur l'écran, mais sans le faire faire à l'ordinateur. Il écrit tout de suite la série des fractions équivalentes.

Je lui demande ensuite de m'expliquer comment engendrer une série de fractions équivalentes: il n'y parvient pas. Je lui demande de se donner l'image sur l'ordinateur avant de me répondre. Il m'explique comment passer d'une fraction à la suivante en additionnant au numérateur et au dénominateur.

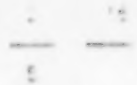
- Tu pars de 2/3, ensuite tu ajoutes une rangée, alors tu as 4/6 etc.

Il est encore incapable de dire que l'on peut multiplier - ou diviser - numérateur et dénominateur par un même nombre pour obtenir une fraction équivalente, bien que ce soit ce qu'on lui a déjà dit en classe à plusieurs reprises.

Semaine suivante

J'écris au tableau la suite suivante :

Je lui demande de trouver des fractions qui peuvent appartenir à cette suite.
Il se recule pour observer l'ensemble des fractions. Au bout d'une minute, je lui demande s'il fait quelque chose dans sa tête. Il me fait signe que oui.
Après trente secondes supplémentaires, il ajoute la fraction 12/30, puis 14/35.
J'écris :



Je lui demande de trouver le dénominateur manquant. Au bout d'une minute je lui demande s'il pense encore à quelque chose ou si « c'est noir ».
C'est noir.
J'ajoute les flèches :

Il regarde très peu de temps et place 40.
Ensuite sur d'autres exemples, il placera très vite les nombres qui conviennent, quelque soit la position du nombre manquant. Il aura ensuite un peu de difficulté à passer à la division, puis à des fractions non contiguës.

À la fin de la séance, il pourra placer les nombres convenables quelque soit leur position et qu'ils soient obtenus par division ou multiplication.

Un mois plus tard, il n'avait rien oublié. Il utilise un procédé analogue pour résoudre ses règles de trois.

Quatre mois plus tard, quand dans un problème il observe que 7/4 de 56 et 14/8 de 56 donnent le même résultat, il dit:

- C'est normal, ce sont des fractions équivalentes.
- Qu'est-ce que c'est, des fractions équivalentes?
- Tu sais bien, c'est ce qui fait que les jus d'orange ont le même goût!

La description précédente illustre le type d'intervention qui permet à un élève dont la compréhension part de l'image de trouver du sens à ce qu'il fait.

On ne part pas d'une explication ou même d'une action, mais de l'observation d'une situation, dans le silence. Si l'élève ne «voit» rien, il peut se «mettre l'image dans la tête», enlever l'image réelle et tenter de décrire ou de commenter cette image mentale. Les résultats sont quelquefois spectaculaires. C'est aussi un moyen d'amener un élève visuel à faire le commentaire d'une image et même à passer de la situation au processus.

L'intervention que l'enseignant peut faire consiste à mettre en évidence des associations en complétant le schéma.

Le moyen utilisé ici pour convaincre que des mélanges proportionnels ont le même goût est souvent couronné de succès pour les élèves visuels de cinquième année, alors qu'il est souvent inefficace pour les élèves auditifs du même niveau.

Ces quelques exemples d'enseignement montrent que le succès d'une intervention passe par la connaissance des styles d'évocation. Pour les enfants en difficulté d'apprentissage il est très important de pouvoir déterminer les composantes des habitudes évocatives comme cela est proposé ci-dessus[5]. Il est alors possible d'intervenir à partir des moyens d'apprendre des enfants, de contrôler que l'intervention faite a été évoquée, et d'amener l'élève à prendre lui-même en charge la gestion mentale de son apprentissage.

[5]Page 5

Des exemplaires du présent document sont en vente à l'adresse suivante :

Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage
et le développement en éducation
Université du Québec à Montréal
Pavillon Sainte-Catherine Ouest
518, rue Sainte-Catherine Ouest
Local X-7115

Case postale 8888, succursale A
Montréal (Québec)
H3C 3P8

Tél. : (514) 282-6188

Pour commander, remplir le formulaire de réduction
apparaissant à la dernière page du document.

Publié par le Centre interdisciplinaire de recherche sur l'apprentissage
et le développement en éducation

Conception graphique : Pierrette Prévert